Proyecto

Introducción pedagógica al módulo "Siguiendo los pasos de Eratóstenes"

Lanzado en septiembre de 2000 en nuestro sitio web, el proyecto que presentamos ya ha posibilitado que miles de alumnos del mundo entero midan la circunferencia de la Tierra siguiendo los pasos de un tal Eratóstenes, hace más de 2.200 años. La guía del maestro le dará más información sobre el tema pero ésta es, en resumen, la idea básica de la experiencia.
Colocamos un palo vertical al sol, medimos su sombra cuando el astro está en lo más alto del cielo, deducimos el ángulo que forman los rayos solares con la vertical y luego intercambiamos el resultado con el de algún corresponsal situado en otra latitud. A continuación, por medio de unos dibujos geométricos y una regla de tres, logramos calcular la longitud del meridiano terrestre.

Un proyecto interdisciplinario

Vamos a abordar muchas disciplinas al mismo tiempo, a menudo como si fuera un juego, de forma tal que los alumnos puedan adquirir conocimientos muy variados (la mayoría relacionados con los nuevos programas escolares):
- Historia y geografía: empezaremos hablando del antiguo Egipto para situar a Eratóstenes en su época y su lugar, mientras que al final del proyecto tendremos que situarnos en el globo terrestre y situar a uno o varios corresponsales.
- Astronomía: solamente con la sombra de un palo, podremos mostrar la trayectoria del Sol durante el día e identificar el momento en que el astro culmina en lo más alto; después veremos cómo cambia la trayectoria a lo largo de las estaciones.
- Física, por supuesto: la luz y la sombra son esenciales en el proyecto; realizaremos experiencias de campo y simulaciones para reproducir lo observado.
- Tecnología, también, porque los alumnos podrán diseñar, fabricar, probar y ajustar los instrumentos necesarios —gnomones (unos cuadrantes solares primitivos), plomadas, niveles de aire, escuadras, cuadrantes—.
- Matemáticas, desde luego, y sobre todo geometría, porque hablaremos de rectas paralelas, ángulos, triángulos, círculos, igualdad de ángulos, relaciones de longitud, etc.

Con respecto a esto, el hecho que los alumnos de esta edad no tengan todavía muchos conocimientos matemáticos puede parecer un problema serio a la hora de participar en el proyecto. Puede ser, si creemos que únicamente podemos tratar los conceptos de manera formal. Sin embargo, los alumnos pueden adquirir perfectamente estos conceptos de forma concreta, utilizando calcos, plantillas, regletas de papel, círculos graduados y hasta trozos de hilo. Los alumnos no tendrán que demostrar las propiedades de una figura sino sencillamente comprobar las particularidades que observan o *predecir la evolución de un trazado apenas iniciado. Sin lugar a dudas, podemos hablar aquí de "geometría experimental". Ahora bien, con los alumnos de secundaria, apelaremos evidentemente a sus capacidades de razonamiento y abstracción, o sea que algunas etapas podrán efectuarse de forma más "clásica".*

- Lengua, oral y escrita, ya que es la base de todas las actividades, particularmente las tareas experimentales realizadas siguiendo los principios de la operación "La main à la pâte": los alumnos formulan hipótesis, proponen experiencias, hacen observaciones y luego enuncian conclusiones, ya sea en forma oral o escrita en un cuaderno de experiencias que cada uno debe mantener actualizado.
- Las técnicas de la información y la comunicación: gracias a Internet, los alumnos se documentan, se escriben con otros alumnos e intercambian los resultados de sus mediciones y cálculos.
- Artes plásticas, ya que durante este proyecto todos podrán expresar sus talentos creativos: dibujos inspirados en la historia de Eratóstenes, historietas, maquetas para ilustrar algunas experiencias, juegos de caligrafía en torno a los jeroglíficos y al alfabeto griego, etc.

Durante estas actividades —al igual que durante las sesiones de experimentación —, algunos alumnos con problemas escolares van a poder dar pruebas de inventiva, maña, habilidad manual, además de mostrar su capacidad de ayuda a los demás. Sus compañeros reconocerán y apreciarán seguramente todas estas cualidades y esto les dará mayor confianza en sí mismos y probablemente el deseo de mejorar también en otras áreas.

Un itinerario modulable

El itinerario que le proponemos es un itinerario ideal, que podrá adaptar en cada instante, en función de muchos factores: la edad, el nivel y la motivación de los alumnos, el tamaño del grupo, el tiempo que desea —o puede— dedicarle al proyecto, sin olvidar los caprichos del tiempo…También tendrá en cuenta la diversidad de las respuestas de los alumnos y sus sugerencias, que a veces podrán cambiar el curso de las tareas, de forma inesperada.

Tómese toda la libertad que quiera para adaptar como crea conveniente el itinerario propuesto, sin perder de vista, no obstante, algo esencial: prefiera siempre la calidad a la cantidad. Es mucho mejor realizar algunas experiencias bien elegidas —y si siguen las líneas de la operación "La main à la pâte" lo serán—, que bastarán para *iniciar a sus alumnos a un auténtico método de "investigador", que ofrecerles un sinfín de actividades superficiales que no le permitirán alcanzar ese objetivo.*

Por lo tanto, podrá obviar ciertas actividades pero el itinerario "mínimo" constará de las cinco etapas siguientes:
1. Poner de manifiesto al mismo tiempo la curvatura de la superficie terrestre y el paralelismo de los rayos solares.
2. Observar la evolución de la sombra de un palo y deducir la trayectoria del Sol.
3. Descubrir el mediodía solar (o sea, el momento en que la sombra es más corta).
4. Utilizar un gnomon para determinar el ángulo de los rayos solares con respecto a la vertical.
5. Utilizar las medidas de un corresponsal y localizar a los dos participantes de la experiencia en la Tierra para evaluar la longitud del meridianto terrestre.

Para terminar, dos palabras acerca del material. Verá que es sumamente sencillo y económico, ya que se trata de material de uso corriente (tarjetas, cartones, papel de calcar y milimetrado, tornillos, tablillas, hilo, lámparas eléctricas, pelotas, un globo terráqueo, etc.). Al inicio de cada una de las cinco secuencias del módulo pedagógico hallará la lista de todo el material necesario.

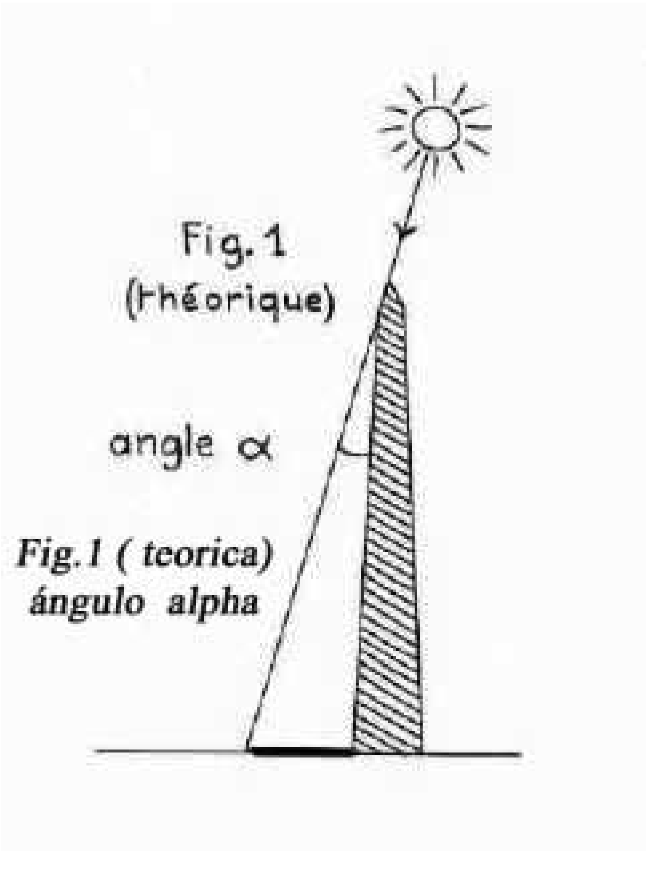
¡Buena suerte para todos siguiendo los pasos de Eratóstenes !

Proyecto

SIGUIENDO LOS PASOS DE ERATÓSTENES
¡Medir la circunferencia de la Tierra es un juego de niños!

Las observaciones de Eratóstenes

En 205 a. de J. C., el griego Eratóstenes, que era en esa época director de la Gran Biblioteca de Alejandría en Egipto, tuvo la idea de un método puramente geométrico para medir la longitud del meridiano terrestre (o sea, la circunferencia que pasa por los polos). Su punto de partida fue la observación de las sombras proyectadas en dos ciudades, Alejandría y Siena (la actual Asuán), distantes de unos 800 km (¡la distancia fue estimada según el tiempo que tardaban las caravanas de camellos para ir de una ciudad a otra!), durante el solsticio de verano y a la hora del mediodía solar local.
De todos los días del año, ese día y a esa hora exacta en el hemisferio norte, el Sol ocupa la posición más alta por encima del horizonte. Sin embargo, Eratóstenes observó algunas diferencias entre un sitio y el otro. En Siena, situada aproximadamamente en el trópico de Cáncer, el Sol está en la vertical, de modo que sus rayos penetran hasta el fondo de los pozos. Por otra parte, las sombras proyectadas por objetos verticales están perfectamente centradas alrededor de esos mismos objetos. En cambio, en Alejandría, el Sol no está en la vertical y los mismos objetos proyectan una sombra descentrada y muy corta. Eratóstenes midió, entonces, la sombra de un obelisco, cuya altura le era conocida, y dedujo que el ángulo formado por los rayos solares y la vertical era de 7,2° (fig. 1).

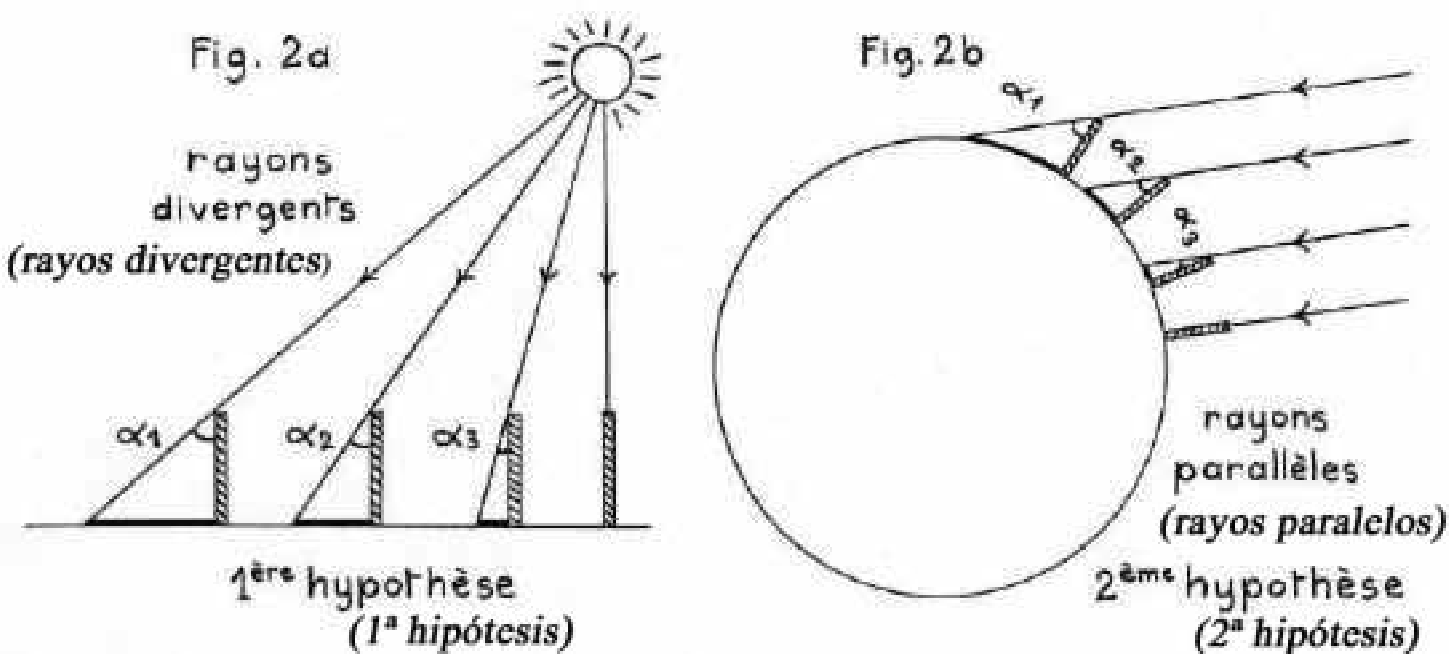


A partir de todas estas observaciones, Eratóstenes se planteó dos hipótesis:

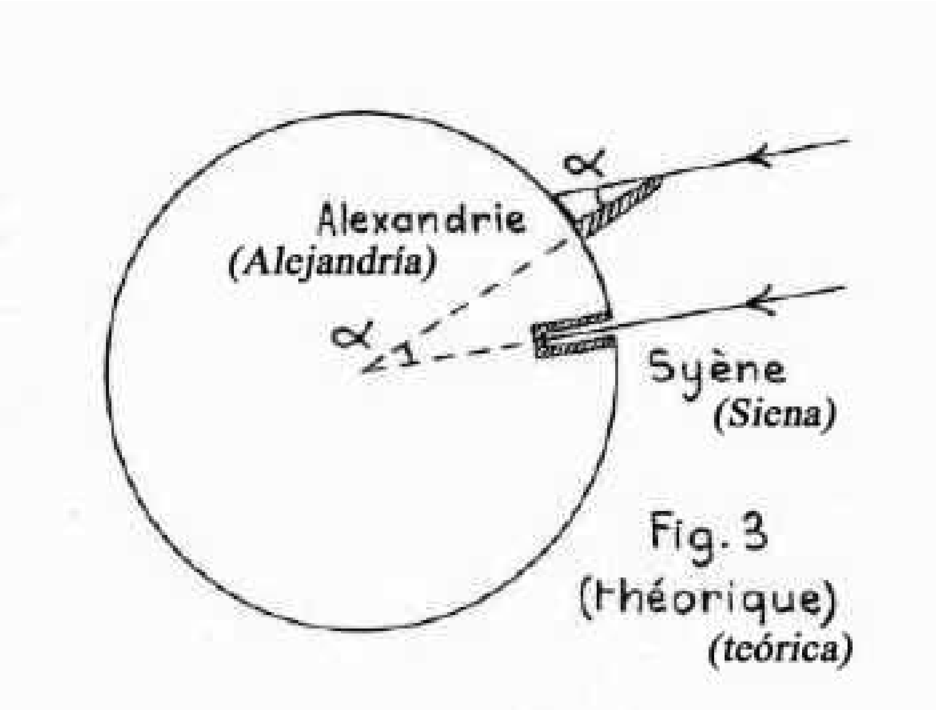
1) O la Tierra es plana (fig. 2a) pero, en ese caso, el Sol tendría que estar lo suficientemente cerca como para que la divergencia de sus rayos al llegar a los objetos

distantes sea significativa (puesto que distintos objetos de igual longitud proyectan sombras de longitud diferente y ninguna sombra cuando están exactamente por debajo del Sol (ángulo nulo).

2) O la Tierra no es plana (fig. 2b), su superficie es curva y tal vez incluso esférica, pero ocurre que se pueden obtener resultados idénticos con rayos solares paralelos. Esto supone que el Sol esté suficientemente lejos, muy pero muy lejos…



Eratóstenes se decide por la segunda hipótesis. Los antiguos ya sospechaban efectivamente que la Tierra no era plana, a raíz de distintas observaciones que probaban que su superficie tenía una cierta curvatura: el navegante que observaba el horizonte desde lo alto de un mástil era el primero en percibir la costa; un observador en lo alto de un acantilado veía una nave alejándose durante más tiempo que otro de pie en la playa; la estrella polar no tenía la misma altura por encima del horizonte en Grecia y en Egipto, y durante los eclipses de Luna la sombra que la Tierra proyectaba sobre la Luna tenía una sección circular. Convencido de que la Tierra era esférica, nuestro genial Eratóstenes trazó su célebre figura geométrica, "de una simplicidad prodigiosa" (fig. 3), ¡que le permitiría calcular fácilmente la longitud del meridiano terrestre! Observe:



Si la Tierra es esférica, prolongando la vertical de Alejandría (el obelisco) y la de Siena (el pozo), por definición, las dos verticales se unirán en el centro de la Tierra. Además, Eratóstenes sabe que la ciudad de Siena está situada en línea recta al sur de Alejandría, por lo que las dos ciudades se encuentran aproximadamente en el mismo meridiano. Como los rayos solares son efectivamente paralelos, el ángulo formado por las dos verticales en el centro de la Tierra es necesariamente idéntico al que Eratóstenes midió gracias a la sombra del obelisco (7,2°). La proporción de este ángulo con respecto a los 360° del círculo es la misma que la proporción de la distancia que separa las dos ciudades (unos 800 km) con respecto a la circunferencia del círculo (o sea el meridiano terrestre). ¿Adivine cómo sigue el razonamiento? Si dividimos 360° por 7,2° da 50, y 800 km multiplicado por 50 da 40.000 km, es decir, la longitud comprobada posteriormente por otros métodos.

> *El rincón de los matemáticos*
> *Como hemos dicho anteriormente, las observaciones de Eratóstenes pueden explicarse también por la primera hipótesis, la de una Tierra plana y un Sol muy cercano. Ahora bien, alguos datos proporcionados por este genial personaje nos permiten incluso calcular con certeza la distancia a la que tendría que haber estado ese Sol.*
> *En tal caso, la tangente del ángulo de 7,2° sería igual a la relación entre los 800 km que separan Siena de Alejandría y la distancia que separa la Tierra del Sol.*
> *Tenemos así que el Sol estaría a 800 km / tan 7,2 = 6.500 km aproximadamente de la Tierra (o sea el valor del radio terrestre), lo cual es extraordinariamente cerca, ¡ya que hoy en día sabemos que nuestro Sol se encuentra a unos 150 millones de km!*

Adaptar un proyecto experimental a la clase

Usted realizará esta experiencia en colaboración con otra clase, cuyos datos le comunicaremos, pero no necesitará ni obelisco ni pozo. Bastará con un palo vertical en cada caso, preferiblemente de igual altura, para que sea más sencillo comparar las medidas de las sombras.
Tampoco hará falta que uno de los dos participantes esté situado en el trópico de Cáncer. Bastará con que esté a una latitud claramente distinta de la del otro. La figura 4a puntualiza, por si fuera necesario, lo que representan las dos coordenadas geográficas de un lugar, es decir, la latitud y la longitud.

Si las dos escuelas se encuentran más o menos en el mismo meridiano (fig. 4b), perfecto. De lo contrario, tampoco hay problema porque cada una se ocupará de su meridiano y, por tanto, de su mediodía... Además, la figura 4c muestra que no son los kilómetros entre ambas escuelas lo que se tendrá en cuenta sino la distancia más corta que separa los dos paralelos que determinan sus latitudes (ya verá que esta distancia es muy fácil de calcular).

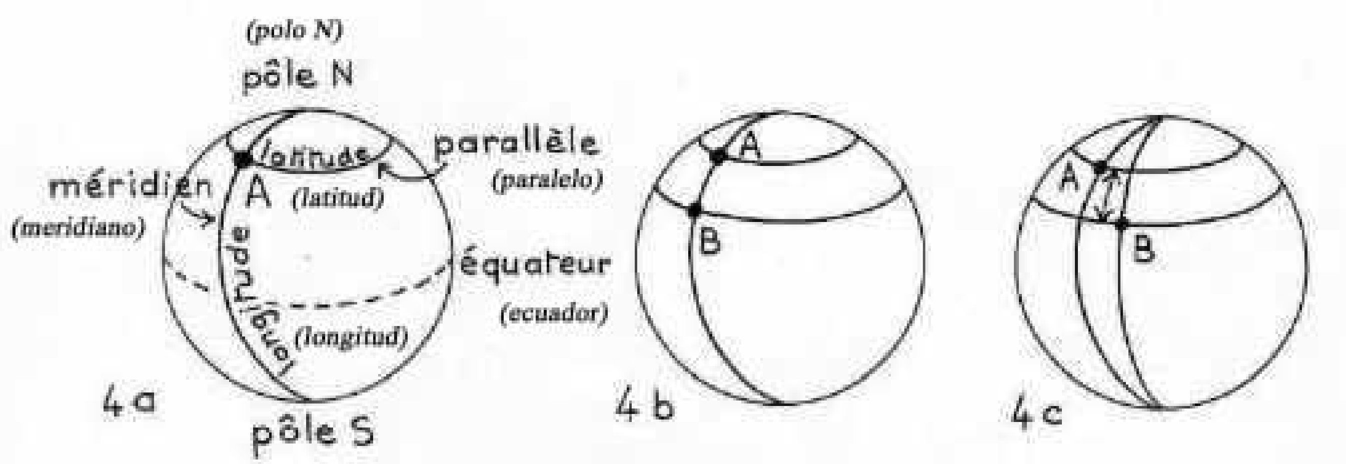
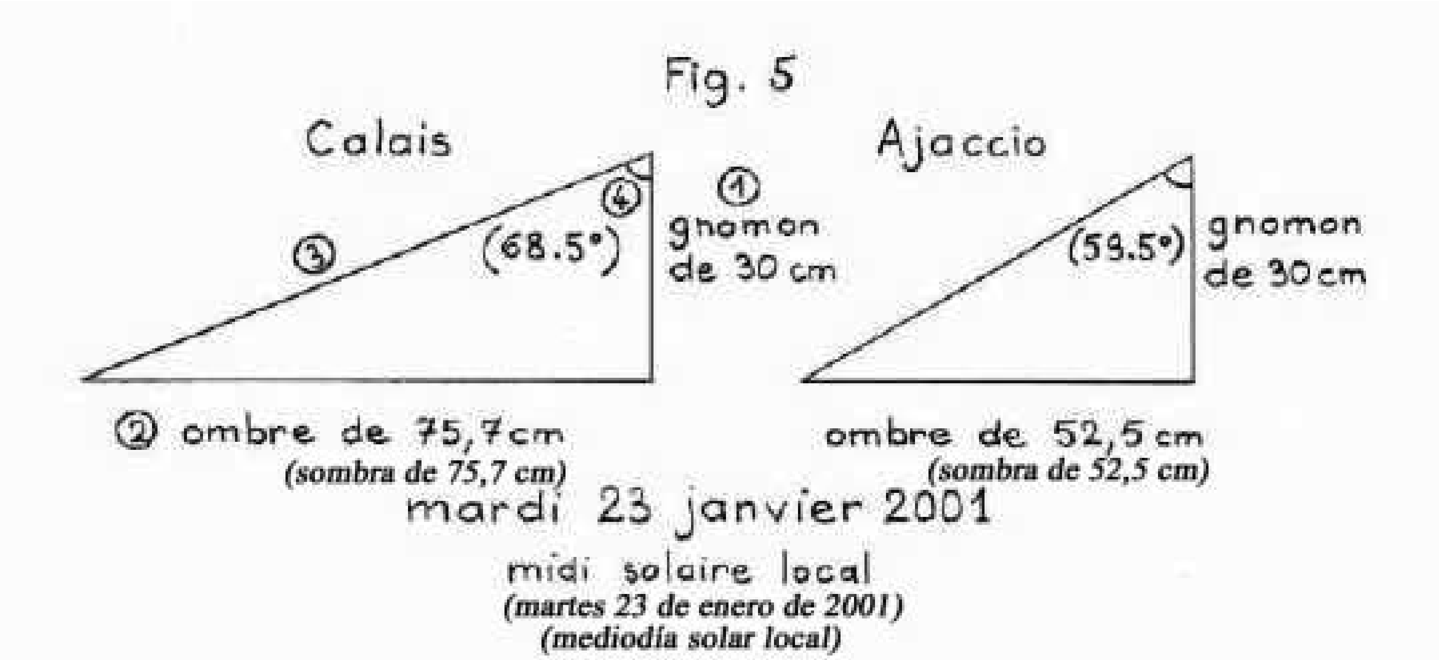


Figure 4

No necesitará tampoco esperar el día del solsticio de verano para hacer las mediciones. Cualquier día del año estará bien, con la condición de que sea el mismo que el de la otra escuela participante. Por eso tendrán que ponerse de acuerdo, además de volver a hacer la experiencia durante varios días…
Determinar, cada escuela por su lado, el mediodía solar local (que es distinto de un lugar a otro y según el día del año), no es nada difícil: lo único que tendrá que hacer es identificar la sombra más corta durante la media hora que gira alrededor de las 13 horas según la hora de invierno. ¡Un verdadero juego de niños! Eso sí, ¡siempre y cuando el Sol quiera darle una mano!

Ejemplo de dos clases situadas en Calais y Ajaccio

Coordenadas de las dos ciudades: Calais, latitud 50° 57' N, longitud 1° 52' E; Ajaccio, latitud 41° 55' N, longitud 8° 43' E.
Después de tratar, a primeros de enero, por ejemplo, la parte específica del proyecto Eratóstenes y tras intercambiar algunas medidas tomadas durante varios días a la hora del mediodía solar local, las dos escuelas notan que ambas cuentan con medidas tomadas en la misma fecha, por ejemplo, el martes 23 de enero de 2001. Gracias a esas medidas, los alumnos pueden evaluar, con una precisión de medio grado, el ángulo de los rayos del Sol (a la hora del mediodía solar local), partiendo de un trazado geométrico muy simple (fig. 5). El resultado es, para Calais, alfa 1 = 68,5° y, para Ajaccio, alfa 2 = 59,5°.



Ahora bien, ¿cómo se puede calcular, a partir de estos dos ángulos (fig. 6a), el famoso ángulo alfa? Basta con restar el ángulo alfa 2 del ángulo alfa 1, lo que da 9°. Se puede materializar perfectamente esta sustracción de la siguiente manera (fig. 6b): con papel de calcar, se reproduce el ángulo alfa 2 y se lo coloca por encima del ángulo alfa 1, de forma tal que coincidan los dos bordes del lado de los rayos solares; el borde inferior del ángulo calcado es paralelo a la vertical de B, con lo cual ya podemos hallar la figura de Eratóstenes (vea nuevamente la fig. 3).

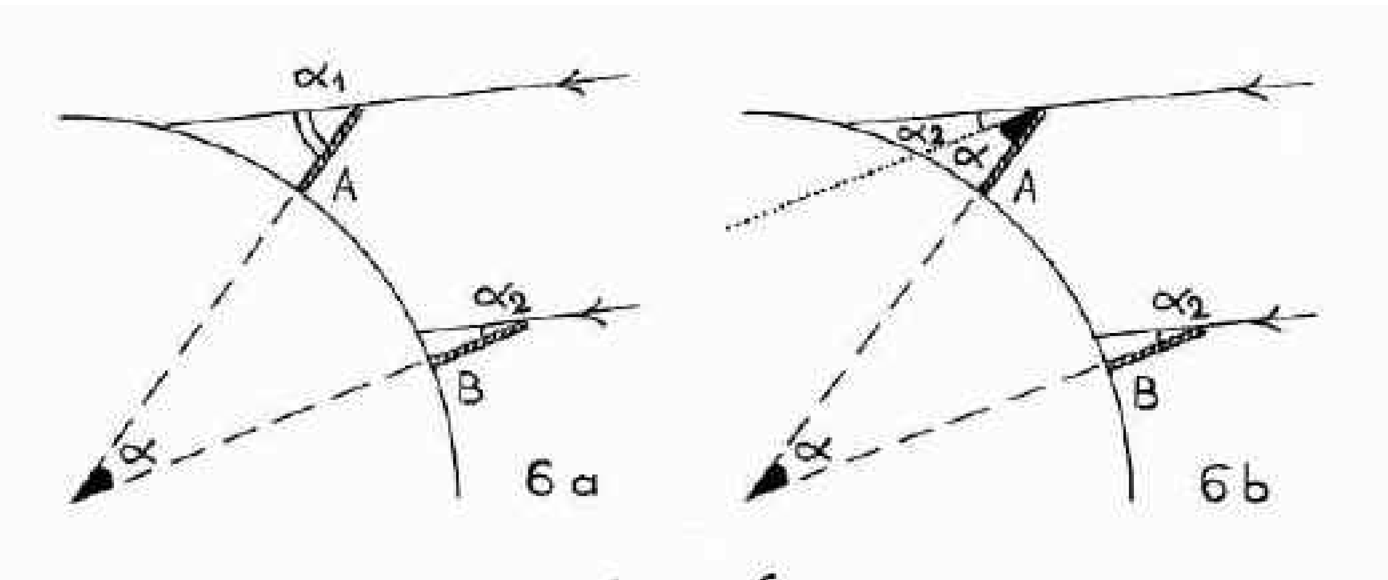


Figure 6

Como las dos escuelas no se encuentran en el mismo meridiano, hay que determinar ahora la distancia más corta entre el paralelo de Calais y el de Ajaccio. Es muy sencillo: se traza cuidadosamente en un mapa de Francia los dos paralelos y, empleando la escala del mapa, se calcula la separación (fig.7). Aquí el valor es cercano a los 1.000 km.

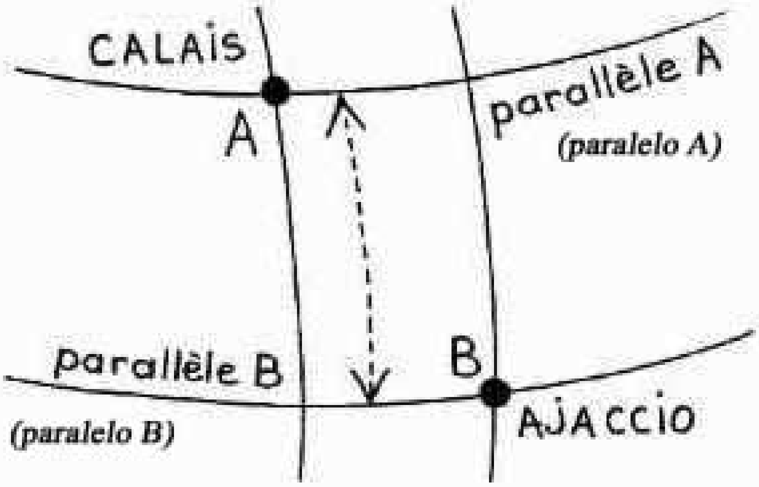


Fig. 7

Ya tenemos los dos elementos necesarios para calcular el meridiano terrestre según el método de Eratóstenes: el ángulo alfa de 9° y la distancia de 1.000 km entre los dos paralelos. La proporción del círculo entero en relación con los 9° es de 40 (360° dividido por 9°); el cálculo del meridiano se efectúa multiplicando 1.000 km por 40, lo que da efectivamente 40.000 km… Es un método eficaz, siempre y cuando las medidas sean lo más precisas posible (¡sobre todo si las latitudes son cercanas entre sí!)

Observación

Es interesante saber, tal como se ve en la figura 8, que la diferencia entre las dos latitudes nos da inmediatamente el ángulo alfa. Con las dos escuelas de nuestro ejemplo, el cálculo es: 50° 57' - 41° 55' = 9° 2'. Observe que las medidas tomadas por los alumnos son muy exactas ya que ellos dedujeron un ángulo de 9°, o sea, prácticamente el mismo.
Queremos insistir en que no hay que comunicarles, desde el inicio, a los alumnos el método "directo" de cálculo del ángulo alfa a partir de las dos latitudes. Pero, más tarde, éste podrá servirles para detectar posibles errores en sus propias medidas…

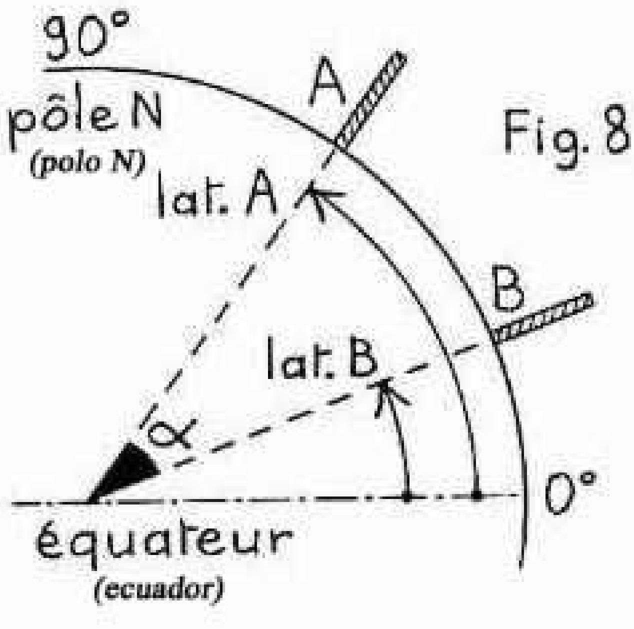


Fig. 8

Etapas de ejecución del proyecto

Recordemos que este proyecto está destinado a alumnos de 8 a 10-11 años y a los de E.S.O. (o sea hasta 14-15 años), aunque algunas actividades pueden ponerse en práctica con niños un poco más pequeños. Conforme a los principios de la operación "La main à la pâte", Usted tendrá que hacer hincapié en la reflexión de los niños. Aliéntelos a que hagan hipótesis, que podrán comprobar imaginando las experiencias adecuadas. Cada alumno tendrá un cuaderno en el que describirá, mediante frases cortas y dibujos, sus propias investigaciones y en el que expondrá las tareas del grupo y las conclusiones elaboradas de forma colectiva. Con esto, Usted podrá comprobar si cada uno ha comprendido correctamente las tareas realizadas en clase y seguir la evolución de todos sus alumnos.
Por consiguiente, estas son las etapas que le proponemos:

1/ Puesta en línea de las primeras secuencias, apertura de una lista de difusión para las escuelas que participan en el proyecto. Los científicos y docentes estarán inscritos en esta lista y contestarán a las preguntas que Usted se plantea.

2/ Su inscripción en el proyecto Eratóstenes generará automáticamente la inscripción en la lista de difusión. Así, podrá comunicarse fácilmente con los demás docentes participantes. También recibirá un código personal que le dará acceso a un espacio de trabajo, gracias al cual cada clase podrá:

- conectarse para guardar y visualizar en el sitio del proyecto las medidas efectuadas,
- acceder a los datos de todas las clases que participan en el proyecto,
- conocer las medidas tomadas por las demás clases,
- visualizar las clases participantes en su situación geográfica, en un mapamundi,
- publicar, consultar y modificar una postal como recuerdo del proyecto.

3/ A partir de finales de septiembre, pondremos a su disposición en el sitio web una versión en formato pdf del módulo pedagógico.

4/ A finales de octubre, se enviará el CD-ROM "Mesurer la Terre est un jeu d'enfant" (en francés) a los docentes que así lo soliciten.

5/ A lo largo de todo el proyecto, las clases registran sus medidas en el espacio de trabajo específico y, con la ayuda de la lista de difusión, se pueden programar mediciones sincronizadas.

6/ El 21 de junio, las clases reproducen juntas la experiencia histórica que hizo que Eratóstenes pudiera medir el tamaño de la Tierra, ¡hace más de 20 siglos!